

介绍一个比较实用的 MTF 计算程序-Spot-OTF

蒋 筑 英

一、基本公式

根据衍射成像理论,非相干成像系统的 OTF 可以表示为:

$$R(s, t) = \frac{1}{a} \iint_S \exp\{-ik[w(u + \frac{s}{2}, v + \frac{t}{2}) - w(u - \frac{s}{2}, v - \frac{t}{2})]\} dudv \quad (1)$$

这就是波动光学计算法的基本公式。其中 (u, v) 是规化出瞳坐标 $(|u|, |v| \leq 1)$, (s, t) 是规化空间频率 $(|s|, |t| \leq 2)$, $w(u, v)$ 是系统的波差。 S 是中心分别在 $(\frac{s}{2}, \frac{t}{2})$ 和 $(-\frac{s}{2}, -\frac{t}{2})$ 的两个光瞳的重区域。 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ 是波长。 a 是光瞳的面积,用它作规化因子,使 0 空间频率的光学传递因子 $R(0, 0) = 1$ 。规化空间频率 (s, t) 与实际频率 N 有下列关系:

$$S = \frac{\lambda}{n' \sin u'} N, t = \frac{\lambda}{n' \sin v'} N \quad (2)$$

$n' \sin u'$ 是系统的像方数值孔径。

对于很低的频率,可以将被积函数的指数作泰勒展开并忽略高次项:
 $\exp\{-ik[w(u + \frac{s}{2}, v + \frac{t}{2}) - w(u - \frac{s}{2}, v - \frac{t}{2})]\}$
 $= \exp\{-ik(s \frac{\partial}{\partial u} + t \frac{\partial}{\partial v})w - \frac{1}{24} ik(s \frac{\partial}{\partial u} + t \frac{\partial}{\partial v})^3 w + \dots\} \cong \exp\{-ik(s \frac{\partial w}{\partial u} + t \frac{\partial w}{\partial v})\}$
 于是有:

$$R(s, t) \cong \frac{1}{a} \iint_S \exp\{-ik(s \frac{\partial w}{\partial u} + t \frac{\partial w}{\partial v})\} dudv \quad (3)$$

计算 OTF 的方法,从依据的理论,可以分成两大类。一是几何光学算法,把光瞳上均匀分布的光线在象面上交点的密度分布作为点扩散函数的近似,由它的付里叶变换得出几何光学传递函数。另一是波动光学算法。根据衍射成像理论,点扩散函数可由光瞳函数的付里叶变换求得,点扩散函数的付里叶变换则给出波动光学传递函数。几何光学算法只考虑像差影响,不考虑衍射,因此只在几何像差起主要作用的情况下才是实际 OTF 的良好近似,比如波差在 3~4 个波长以上的照像物镜的情况。波动光学算法是理论上比较严格的方法,既考虑像差又考虑衍射,因此对各种情况都适用。从实用的观点来看,波动光学算法、计算公式复杂,计算量大,几何光学算法虽然公式简单,计算量小,但不适用于像差小衍射起主要作用的情况。因此希望能有一种对各类系统都能应用,而计算又比较简捷的方法。我们发现日本的 Kenro Miyamoto 64 年提出的“低频近似”^[1] 比较合用。这种方法基本上属于几何光学算法一类,以点列图为基础,但考虑了衍射的影响。各类系统低频的光学传递函数都可以用它计算出很好的近似结果。考虑到现在无论对于航摄,照像或是望远系统,都倾向于用低频的 MTF 来评价像质,因此这种低频近似算法看来可能比较实用。我们按这种近似算法编了 Spot-OTF 程序,被经常用于电视,电影物镜的 MTF 计算,也用于微缩,制版和显微物镜中、低频部分的 MTF 计算。效果较好。

它就是低频近似算法的基本公式。将它和波动光学算法基本公式(1)相比较可以看出,两者的差别仅在于被积函数的指数部分。低频近似是忽视了高次项。对于只存在离焦、初级像散,初级彗差的情况,它们就完全相同。它和几何光学算法的差别仅在于积分域不同,低频近似的积分域和波动光学算法一样,是光瞳重叠区 S ,而几何光学算法则是整个光瞳。当系统像差很小接近理想的情况,几何光学算法给不出正确结果而低频近似算法仍然有效。

利用波差与垂轴几何像差(即光线的点列图规化坐标 y, z)的关系:

$$z = \frac{\partial w}{\partial u} \quad y = \frac{\partial w}{\partial v}$$

并将积分改为实用的求和表示,就有:

$$R(s, t) = \frac{1}{N} \sum' \exp\{-ik(sz, +ty)\} \quad (4)$$

式中 N 是把入瞳划分成等面积的小网格,追迹计算通过每个网格中心的光线总数,它代表了通过光学系统的总光通量,也就是点扩散函数所包含的总光能。 \sum' 表示对通过光瞳重叠区 S 的光线求和。点列图规化坐标 y, z 与实际坐标 Y, Z 的关系是:

$$y = n'(\sin u_s')Y$$

$$z = n'(\sin u_s')Z$$

二、主要计算步骤

图1是 Spot-OTF 程序的框图。以下对主要的计算步骤作些说明。

1. 读输入数据。

这个程序经常用于变焦距摄影物镜的 OTF 计算。为了减少穿孔数据,加了一个控制信息 Control,当 Control=0 时,表示修改数据。这时不必重新输入所有的 r, d, n 数据,只要输入修改后的间隔值就可以了。考虑到各焦距最佳像面的离焦量可以不同,因此离焦量也是可以修改的。

2. 追迹第一种色光的近轴光线,确定高斯像面位置,其他各像面的离焦量均以它

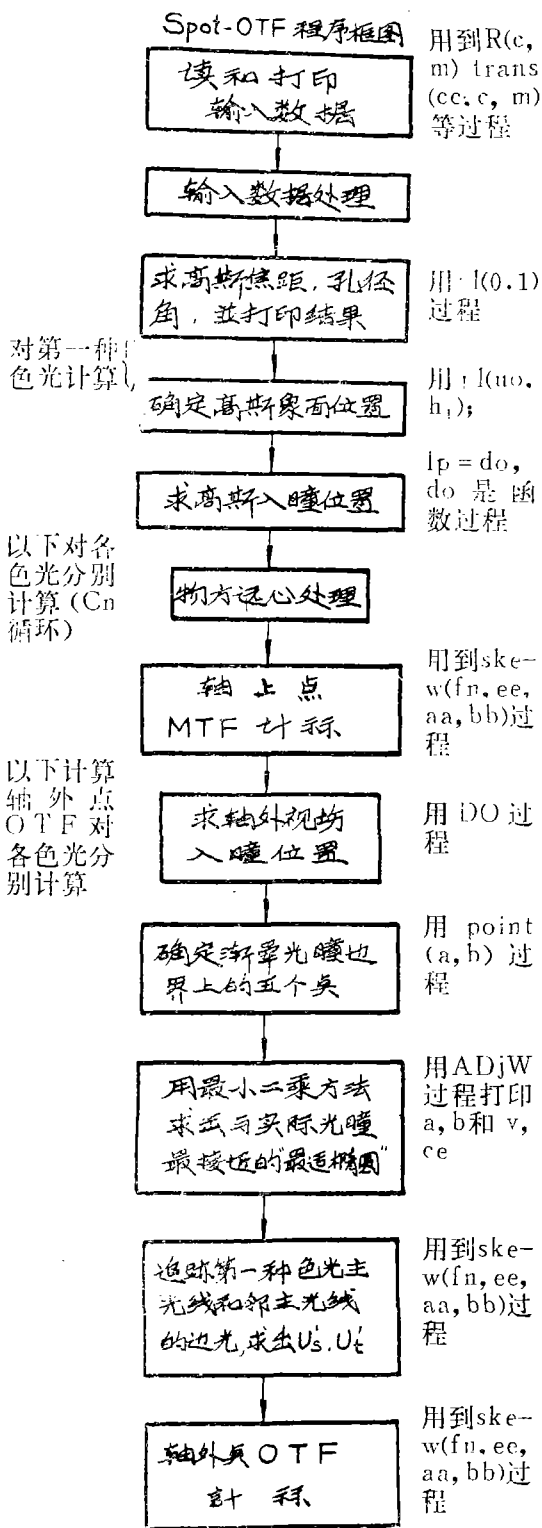


图 1

为坐标原点，移向系统取负值，反之取正值。计算系统焦距和像方孔径并打印结果，作为大部分输入数据的一种校对。OTF 计算比一般光线计算花的时间要多，假若输入数据有误，即可及时发现，以免浪费时间。

3. 计算每种色光的轴上点 MTF 值。

① 从光阑倒追迹光线，确定高斯入瞳位置，把入瞳规化成单位圆，并在其第一象限划分 0.1×0.1 的正方网格。

② 追迹通过每个网格中心的光线记下这些光线与所要计算的各个像面的交点坐标或者记下这些光线与第一个要计算的象面交点的坐标和它们在像空间的方向余弦，然后根据所给离焦量算出各像面上的点列图坐标。前一种做法计算量少但存储单元要多（当计算两个以上像面时），后一做法计算量多一点，但可以节省单元。

③ 将要求计算的的实际空间频率换算出规化频率：

$$s = t = \frac{\lambda}{n' \sin u'} N$$

确定出光瞳重叠区 S 的边界。

④ 对 S 区中每个小网格对 OTF 积分的贡献求和。并以小网格的面积作为权重，对边界上不完整的网格的贡献加以适当处理，最后得出轴上点的 MTF 值。用实际空间频率 N 和实际点列图坐标 Z ，表示是：

$$R(s, o) = R(o, t) = M(N) = \frac{1}{a} \sum_j Q_j \cdot \cos(2\pi N Z_j) \quad (5)$$

式中 a 是规化光瞳第一象限的面积， $a = \frac{\pi}{4}$ 。 Q_j 是每个小网格的面积。对于非边界格子， $Q_j = 0.1 \times 0.1 = 0.01$ ，对于边界格子，则按梯形形来计算其面积。

4. 计算每种色光的轴外点 OTF。

① 考虑到光阑球差，首先对要计算的视场精确求入瞳位置。

② 确定渐晕光瞳边界。方法是沿入瞳平面上五个方位（见图 2），以高斯入瞳边界

为起点，追迹光线，用一端固定的对分法，逐次逼近（共六次），确定出刚好通过整个系统的五条边缘光线在入瞳上的坐标，然后用最小二乘方法求出与这五个边界点最靠近的椭圆（最适椭圆）作为实际光瞳的近似，打印出长半轴 a ，短半轴 b ，长轴中点坐标 ce 和渐晕系数： $v = \frac{\pi ab}{\pi r^2} = \frac{ab}{r^2}$ ， r 是轴上入瞳半径。

③ 用 a 和 b 将最适椭圆规化为单位圆，并将其 $z > 0$ 的一半划分成 0.1×0.1 的网格。追迹通过每个网格中心的光线。求出点列图坐标。然后求出第一种色光的点列图重心，并以它为坐标原点，重新求出各色光的点列图坐标 y_j 和 z_j 。

④ 追迹计算邻主光线边光，求出像方弧矢和子午数值孔径 $n' \sin u'_s$ 和 $n' \sin u'_i$ 。起始值令 $u_s = \sin u_s$ ， $u_i = \sin u_i$ ， $\sin u$ ，和 $\sin u_i$ 是物方实际孔径。按(2)式求得规化频率 s, t ，从而确定出求和区 S_s 和 S_t ，见图 3。

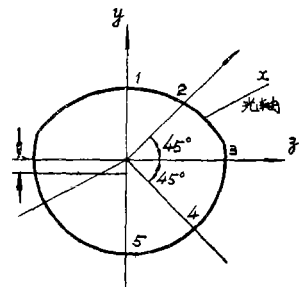


图 2

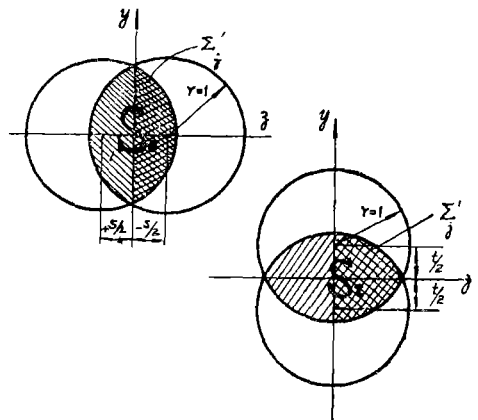


图 3

⑤ 计算弧矢空间频率 $(s, 0)$ 的 MTF。

如果将 OTF; $R(N)$ 用 MTF; $M(N)$ 和 PTF; $P(N)$ 表示的话, $R(N) = M(N)e^{iP(N)}$ 对于空间频率 $(s, 0)$, 根据(4)式容易推出:

$$\begin{aligned} M(N) &= \frac{1}{a} \sum' Q_i \cdot \cos(2\pi NZ_i), \\ P(N) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

式中 a 是规化光瞳 $z > 0$ 一半的面积, 即 $a = \frac{\pi}{2}$, Q_i 是 S_i 区域 $z > 0$ 的一半中每个网格的面积, \sum' 表示对于这些网格求和。

⑥ 计算子午空间频率 $(0, t)$ 的 MTF 和 PTF。

对于子午频率, 根据(4)式, 用实际频率 N 表示, 可以写成:

$$\begin{aligned} R(N) &= \frac{1}{a} \sum' Q_i \cos(2\pi NZ_i) \\ &\quad - i \frac{1}{a} \sum' Q_i \sin(2\pi NY_i) \\ &= D_c - i D_s \\ &= M(N)e^{iP(N)} \end{aligned} \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} D_c &= \frac{1}{a} \sum' Q_i \cos(2\pi NZ_i), \\ D_s &= \frac{1}{a} \sum' Q_i \sin(2\pi NY_i), \\ M(N) &= \sqrt{D_c^2 + D_s^2}, \\ P(N) &= \text{arc tg} \left(\frac{D_s}{D_c} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

\sum' 表示对 S_i 区域中 $z > 0$ 的一半求和, a 和 Q_i 意义同前。

⑦ 对各视场重复以上计算。

⑧ 对各色光重复以上计算。

三、几点讨论

1. 低频上限

Miyamoto 主要是根据方孔, 存在初级球差的情况, 波动光学算法与低频近似算法所得结果的差别, 给出了这一近似计算方法适用的低频上限是 $|s|, |t| < 0.5$ 或者用实际频率表示是 $N < 250/F \cdot \lambda(\mu)$, 这里 F 是系统的相对孔径倒数, $\lambda(\mu)$ 是用微米表示的波长。根据我们的经验, 当存在高级球差时情况变得复杂起来。对一个轴上存在高级球差但

是像差校正得很好的 $10 \times$ 微缩镜头, 按波动光学算法得出的结果和用低频近似算法得出的, 直到 $s = t = 0.6$ 只相差 0.03 (见表 1)。又比如一个相对孔径 $1/10$ 的复消色平行光管物镜, 直到 $s = t = 1.2$ 结果才相差 0.06 (表 2)。但是用美国罗彻斯特大学的五组元物镜数据^[2] 计算结果表明, 当 $s, t \leq 0.2$ 时 (相当于 30c/mm) 无论轴上轴外, 和该校的用波动光学算法的 TA 程序比较, MTF 值最大相差 0.04 ($14.7^\circ 20\text{c/mm}$) 而对于 40c/mm , 轴上点就差了 0.10 (见表 3) 因此 Miyamoto 给出的低频上限并不保险。假若根据上面这个例子, 把低频上限的经验值取为 $s, t \leq 0.2$ 或 $N \leq \frac{100}{F\lambda(\mu)}$ 更可靠些, 而这对于用低频的 MTF 评价摄影物镜 (包括电视、电影、航摄等) 已能应用。表 4 列出了用文献^[3] 所给天塞型照像物镜结构参数算得的结果与同一文献所给计算和实测结果 (由曲线上读得) 的比较。除了轴上点 -0.4mm 像面, 40c/mm 的 MTF 相差 0.06 以外, 所有视场和像面, 差值都在 $+0.02 \sim -0.04$ 之内。

2. 网格尺寸的选择

网格太大, 计算结果不准确, 网格太小, 计算量大而对提高结果准确性用处不大。因此最好选取不影响结果准确性的最大网格尺寸。表 1 同时列出了用 0.1×0.1 网格和 0.05×0.05 网格计算轴上点 MTF 的结果。由于网格尺寸减小一倍, 追迹光线数目增加了四倍, 而结果小数第二位都没有什么变化。这说明用 0.1×0.1 的网格就够了。据日本 JOERA 的资料看 (JOERA Cirwlar5), 日本有的用点列图计算 MTF 的程序, 各像高取 3200 条光线, 看起来似乎是不必要的。

网格取得比较大, 边界格子占的比例随频率增高很快增高。对边界格子的贡献, 以它们的面积作权重, 可以使计算结果准确一些。Spot-OTF 程序加了这种处理。

3. 渐晕光瞳边界的确定

对于光栏像差大的系统, 比如广角航摄物镜, 变焦距物镜处于短焦距位置的情况, 轴

外视场的实际光瞳和不考虑光栏像差求得的几何渐晕光瞳会有很大出入。以一个 $f/16 \sim 160, f/1.6$ 的变焦距彩色电视摄像物镜为例, 0.48 视场差别不大, 但 0.8 视场则前者比后者大了将近 14%。这部分轴外光线的作用不加考虑, 得出的 MTF 计算结果就不能很好地符合实际, 考虑到变焦距镜头现在经常用低频的 MTF 评价像质, 因此计算中必须考虑到像差渐晕。

Spot-OTF 程序确定实际光瞳边界的方法前面已经介绍过, 就是追迹光线确定出光瞳边界上五个点, 由这五个边界点定出与实际光瞳最接近的“最适椭圆”。有的文献^[4]提出要确定出 15 个边界点。然后求出最适椭圆。这样做当然近似性会更好些。但考虑到增加的计算量较大, 我们将边界点减少到 5 个。对文献(3)给出的天塞型物镜 1.0 视场作了计算比较。由 15 个边界点定出的最适椭圆和用 5 个边界点定出的几乎一致。边界最大间距不超过 3%, 面积相差不到 2%。作为日常使用的近似计算程序, 这就足够用了。这样可以节省一些计算时间。像变焦距物镜这样面数比较多, 又需要计算好几个焦距位置的 MTF 的情况, 节省计算量显得尤其重要。

最后说明一点, 本文介绍的 Spot-OTF 程序是在科学院光电技术研究所孙国良同志协助下编写的。

表 1: 一个 $10 \times$ 微缩镜头轴上 MTF 计算结果比较

$$f' = 25.63\text{mm}, \sin u' = 0.2524, \lambda = 0.5461\mu.$$

空间频率 (c/mm)	离焦量 (mm)	Spot-OTF	波动光学算法 程序 A
100	-0.002	0.71	0.73
	-0.005	0.79	0.81
	-0.008	0.84	0.85
300	-0.002	0.27	0.27
	-0.005	0.42	0.45
	-0.008	0.53	0.57
500	-0.002	0.24	0.11
	-0.005	0.31	0.24
	-0.008	0.30	0.34

表 2: 一个 $1/10$ 复消色平行光管物镜计算结果比较

$$f' = 1600\text{mm}, \lambda = 0.5893\mu, +0.04 \text{像面 } 0^\circ \text{视场}$$

空间频率 (c/mm)	Spot-OTF	波动光学算法 程序 A
50	0.63	0.63
75	0.46	0.47
100	0.29	0.35
125	0.15	0.23

表 3: 美国五组元物镜 OTF 计算结果比较

$$0^\circ \text{视场 离焦量} - 0.5575\text{mm}, D \text{线}$$

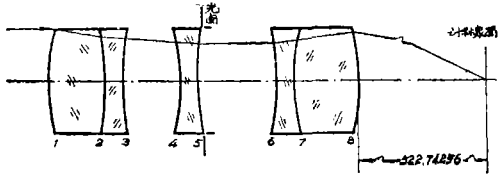
频率 (c/mm)	罗彻斯特大学 TA 程序	Spot-OTF 0.1×0.1 网格	Spot-OTF 0.05×0.05 网格	波动光学算法 程序 A
10	0.89	0.89(0.894)	0.89(0.893)	0.897
20	0.71	0.72(0.718)	0.72(0.719)	0.734
30	0.52	0.50(0.495)	0.50(0.496)	0.559
40	0.38	0.28(0.277)	0.28(0.278)	0.405
50	0.28	0.14(0.142)	0.14(0.135)	0.293
60	0.22	0.07(0.067)	0.07(0.067)	0.238
70	0.20	0.03(0.029)	0.04(0.039)	0.167
80	0.20	0.01(0.013)	0.02(0.019)	0.166
90	0.20	0.01(0.012)	0.01(0.008)	0.199
100	0.22	0.00(0.003)	0.01(0.006)	0.223

10.4° 视场 弧矢 子午

频率 (c/mm)	TA	Spot-OTF	TA	Spot-OTF
10	0.74	0.76	0.88	0.89
20	0.35	0.35	0.73	0.71
30	0.06	0.07	0.57	0.54
40	0.00	0.08	0.45	0.40
50	0.06	0.19	0.37	0.33
60	0.11	0.18	0.32	0.29
70	0.13	0.12	0.27	0.26
80	0.13	0.09	0.24	0.23
90	0.11	0.08	0.20	0.21
100	0.10	0.07	0.16	0.19

14.7°视场 弧矢 子午

频率 (c/mm)	TA	Spot-OTF	TA	Spot-OTF
10	0.74	0.71	0.88	0.89
20	0.57	0.53	0.76	0.76
30	0.42	0.40	0.65	0.64
40	0.30	0.27	0.57	0.54
50	0.19	0.18	0.50	0.47
60	0.13	0.08	0.43	0.41
70	0.08	-0.02	0.38	0.36
80	0.06	-0.07	0.33	0.31
90	0.06	-0.12	0.28	0.29
100	0.06	-0.12	0.23	0.26



$f' = 609.59979, \sin u' = -0.083333333,$
 $\lambda = 0.5893\mu$

表 4：日本天塞型物镜 OTF 计算结果

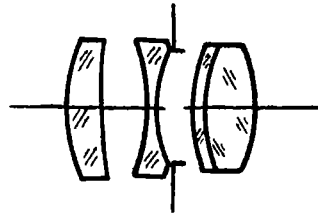
比较

0°视场

频率 (c/mm)	离焦量 (mm)	文献计算值	文献实测值	Spot-OTF
5	-0.4	0.78	0.78	0.76
	-0.3	0.90	0.88	0.88
	-0.2	0.95	0.94	0.94
	-0.1	0.95	0.95	0.94
	0	0.89	0.88	0.88
10	-0.4	0.46	0.45	0.45
	-0.3	0.71	0.69	0.71
	-0.2	0.85	0.84	0.85
	-0.1	0.82	0.82	0.81
	0	0.60	0.62	0.58
20	-0.4	0.03	0.00	0.02
	-0.3	0.50	0.46	0.47
	-0.2	0.74	0.73	0.72
	-0.1	0.45	0.49	0.46
	0	0.13	0.14	0.12
40	-0.4	-0.14	-0.14	-0.20
	-0.3	0.14	0.11	0.13
	-0.2	0.48	0.50	0.50
	-0.1	0.17	0.17	0.15
	0	0.19	0.20	0.20

15°视场 弧矢 子午

空间频率 (c/mm)	离焦量 (mm)	文 计	文 测	Spot-OTF	文 计	文 测	Spot-OTF
5	-0.4	0.89	0.91	0.91	0.72	0.72	0.71
	-0.3	0.95	0.95	0.96	0.82	0.84	0.82
	-0.2	0.96	0.95	0.96	0.90	0.91	0.91
	-0.1	0.91	0.89	0.90	0.96	0.96	0.96
	0	0.80	0.79	0.79	0.98	0.99	0.97
20	-0.4	0.51	0.56	0.55	0.10	0.11	0.06
	-0.3	0.81	0.80	0.82	0.21	0.25	0.23
	-0.2	0.62	0.57	0.60	0.47	0.53	0.46
	-0.1	0.15	0.10	0.12	0.70	0.72	0.70
	0	-0.10	-0.09	-0.09	0.74	0.73	0.70



$f' = 51.5134\text{mm}, \sin u' = 0.1747118$
 $\lambda = 0.5461\mu$

参 考 文 献

- [1] Kenro Miyamoto; «Proceedings of the Conference on photographic and Spectroscopic Optics», Tokyo and kyoto, 1964p222
- [2] R.E.Hopkins and D.Dutton, AD 710.633
- [3] Y.Matsui, K.Murata, Optica Acta, Vol.18, №2, 149~163, 1971
- [4] W.B.King; Applied Optics, Vol.7, 197, 1968